

Induction Electromagnétique

CHAPITRE 4

Circuit fixe dans un champ magnétique variable

Dr N'CHO Janvier Sylvestre

Phénomène d'auto-induction

Auto-induction: mise en évidence

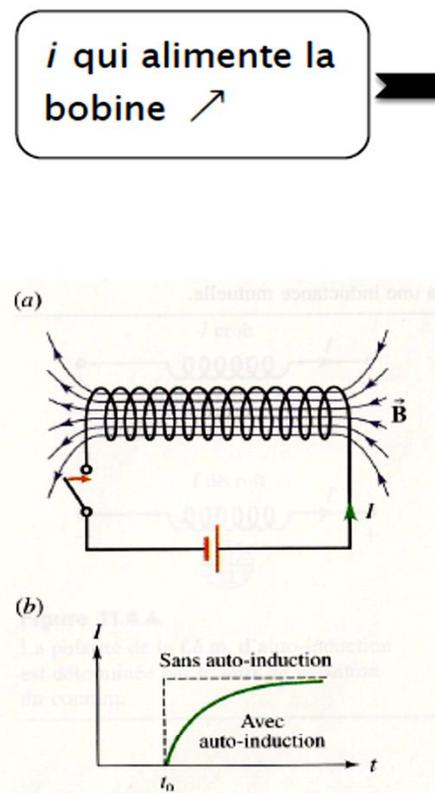
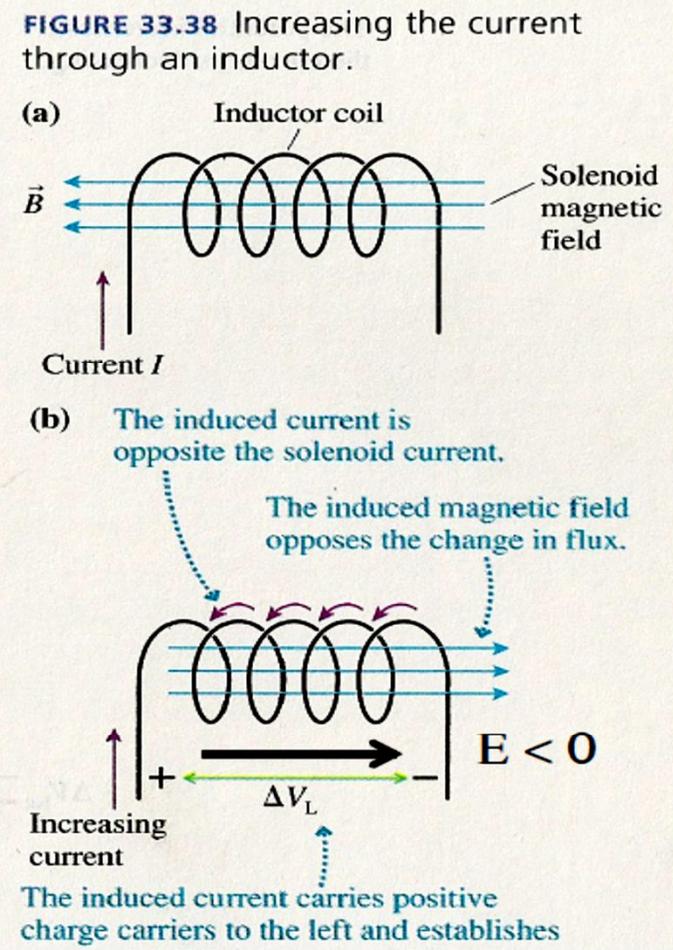


Figure 11.2 ▲
 (a) Une bobine en série avec une pile. Lorsqu'on ferme l'interrupteur, la f.é.m. induite dans la bobine s'oppose à la variation de flux qui la traverse.
 (b) Le courant dans la bobine croît

L'auto-induction est l'existence d'une f.e.m d'induction modératrice résultant de la variation du flux magnétique que le circuit engendre à travers lui-même.

Flux propre et inductance propre (1)

→ On considère un solénoïde de longueur ℓ de N spires et de section S (cf. figure ci-contre) parcouru par un courant $i(t)$

→ Il crée un champ magnétique uniforme de norme

$$B(t) = \mu_0 \frac{N}{\ell} i(t)$$

→ Le flux propre du champ magnétique créé par le solénoïde à travers lui-même est la somme des flux propres à travers chaque spire:

$$\Phi(t) = NBS = \mu_0 \frac{N^2 S}{\ell} i(t)$$

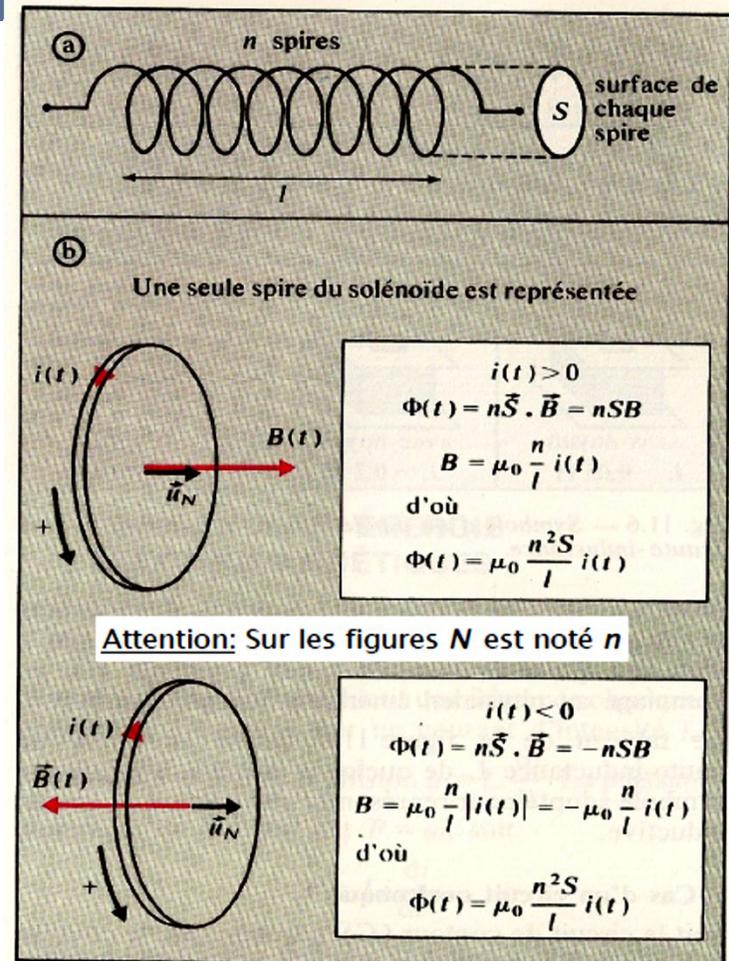


Fig. 11.5 — Auto-inductance d'un solénoïde.
 a) La longueur du solénoïde est grande devant le rayon des spires.
 b) L'auto-inductance est indépendante du sens positif choisi et du sens du courant.

Flux propre et inductance propre (2)

→ La grandeur $\mu_0 \frac{N^2 S}{\ell}$ est une constante positive (cf. figure précédente) qui caractérise le circuit. On l'appelle **auto-inductance** et on la note L .

Ainsi, en écrivant $\Phi(t) = Li(t)$, on obtient:

$$L = \frac{\Phi(t)}{i(t)}$$

L'auto-inductance est le quotient du flux propre par l'intensité du courant. C'est une constante positive, caractéristique du circuit, indépendante du temps et de l'intensité du courant dans ce circuit.

Flux propre et inductance propre (3)

Avec les unités du système international, Φ en webers et i en ampères, l'inductance L s'exprime en $\text{Wb} \cdot \text{A}^{-1}$, unité qui porte le nom de henry (symbole H), en hommage au physicien américain Joseph Henry⁽¹⁾.

Le tableau de la figure 11.6 donne la valeur de l'auto-inductance L de quelques circuits, ainsi que le symbole adopté pour représenter une portion de circuit inductive.

D'après la loi de Faraday, la f.é.m. d'auto-induction qui prend naissance dans le circuit s'écrit :

$$E = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Soit, en remplaçant le flux par $Li(t)$:

$$E = -L \frac{di}{dt}$$

La f.e.m d'auto-induction est toujours de signe contraire à la dérivée, par rapport au temps, de l'intensité du courant.

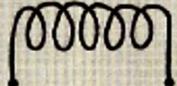
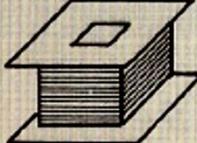
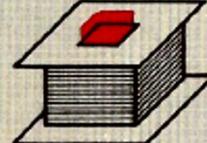
SYMBOLE	
 bobine sans noyau	 bobine avec noyau
 Une spire de rayon 5 cm $L \approx 0,2 \mu\text{H}$	Solénoïde 1000 sp. m ⁻¹ longueur 20 cm rayon 2 cm  $L \approx 0,3 \text{ mH}$
Bobine 1000 spires	
 sans noyau $L = 0,05 \text{ H}$	 avec noyau $L = 0,2 \text{ H}$

Fig. 11.6 — Symbole d'un dipôle inductif et quelques valeurs d'auto-inductance.

Flux propre et inductance propre (4)

La figure 11.4 montre que la polarité de la f.é.m. d'auto-induction dépend du taux de variation du courant et non de son intensité ni de son sens. Sur cette figure, on a illustré à proximité de la bobine d'induction une pile imaginaire qui illustre la polarité de la f.é.m. auto-induite et rappelle que la bobine joue momentanément le même rôle qu'une pile ayant cette polarité.

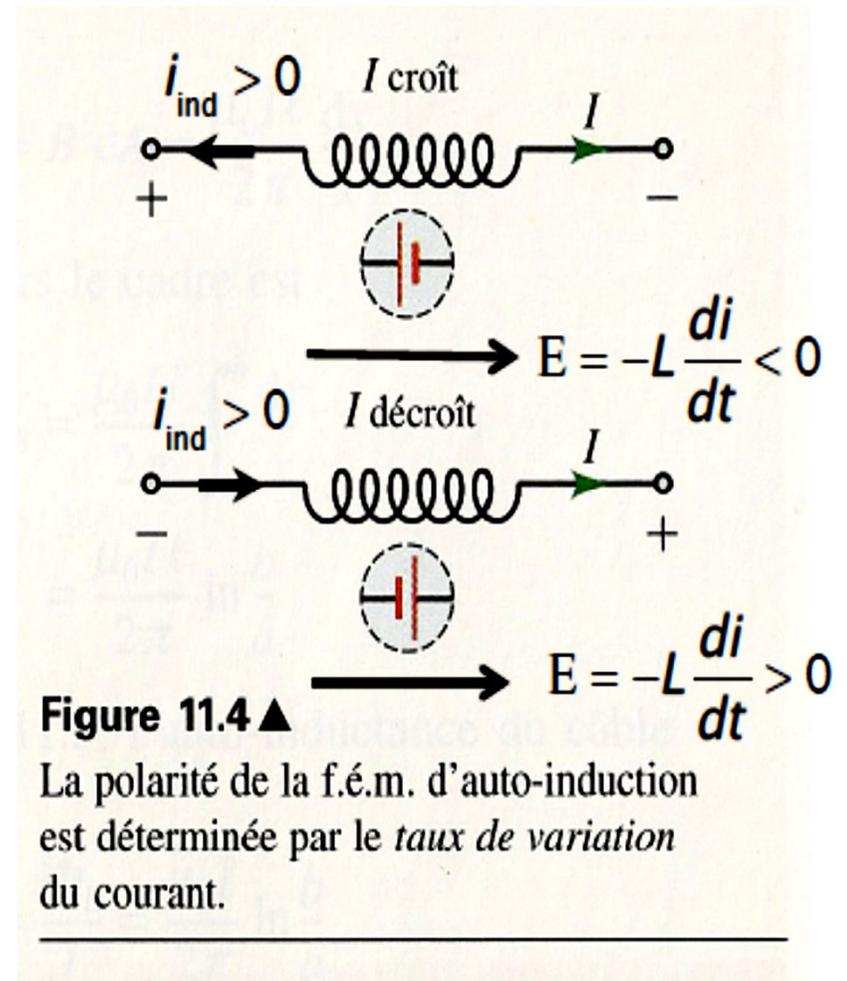


Figure 11.4 ▲

La polarité de la f.é.m. d'auto-induction est déterminée par le *taux de variation* du courant.

Energie emmagasinée dans une bobine d'induction (1)

→ On considère le circuit ci-contre alimenté par une pile de f.é.m. \mathcal{E} et qui contient une résistance et une bobine d'inductance L . A l'instant initial, on ferme l'interrupteur.

→ Apparition d'une f.é.m. E d'auto-induction sans la bobine

→ Loi des mailles : $\mathcal{E} = Ri - E = Ri + L di/dt$

→ On multiplie de chaque côté par $i \Rightarrow$

$$\mathcal{E}i = Ri^2 - Ei = Ri^2 + Li \frac{di}{dt}$$

$\Rightarrow \mathcal{E}i$ est la puissance fournie par la pile

$\Rightarrow Ri^2$ est la puissance dissipée dans la résistance

$\Rightarrow Li di/dt$ représente le taux auquel l'énergie est fournie à la bobine

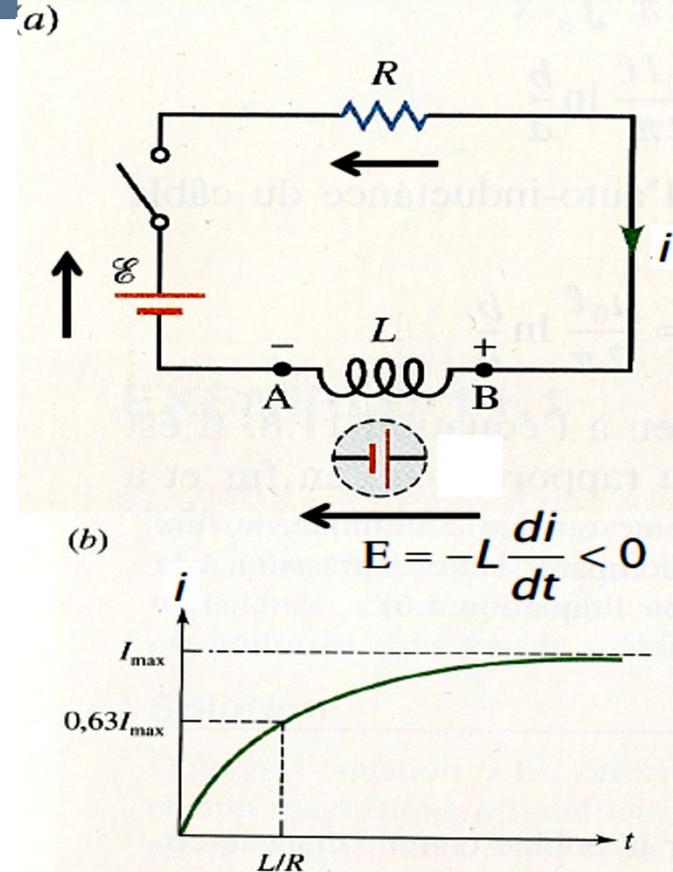


Figure 11.7 ▲

(a) Une résistance et une bobine d'induction en série avec une source idéale de f.é.m.

(b) Lorsqu'on ferme l'interrupteur, le courant augmente graduellement.

Energie emmagasinée dans une bobine d'induction (2)

→ Si on désigne ce taux par dU_B/dt , on a $dU_B/dt = Li di/dt$. On trouve l'énergie totale emmagasinée à un instant t lorsque le courant est passé de 0 à i en intégrant : $U_B = \int_0^i Lid i$ soit :

$$U_B = \frac{1}{2} Li^2$$

Energie emmagasinée sous forme « magnétique » par une bobine d'inductance L traversée par un courant d'intensité i

→ Pour un solénoïde long $L = \mu_0 n^2 S \ell$ et $B = \mu_0 n I$ avec $n = N/\ell \Rightarrow$

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} S \ell$$

→ $S \ell$ représente le volume du solénoïde, on obtient donc l'énergie par unité de volume de champ magnétique en $J \cdot m^3$:

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Energie par unité de volume de champ. De l'énergie magnétique est emmagasinée partout où règne un champ magnétique

Deux circuits en interaction (circuits couplés)

Inductance mutuelle (1)

→ On considère les deux bobines de la figure ci-contre.

i_1 est le courant circulant dans la bobine 1

i_2 est le courant circulant dans la bobine 2

→ Le flux magnétique total à travers la bobine 1 s'écrit :

$$N_1 \Phi_1 = N_1 (\Phi_{11} + \Phi_{12})$$

Φ_{11} est le flux traversant chaque spire de la bobine 1 créé par son propre courant i_1

Φ_{12} est le flux traversant chaque spire de la bobine 1 créé par le courant i_2 circulant dans la bobine 2

De façon similaire pour la bobine 2: $N_2 \Phi_2 = N_2 (\Phi_{21} + \Phi_{22})$

→ Si les courants varient, les f.e.m induites dans chaque bobine s'écrivent :

$$E_1 = -N_1 \frac{d}{dt} (\Phi_{11} + \Phi_{12}) \quad E_2 = -N_2 \frac{d}{dt} (\Phi_{21} + \Phi_{22})$$

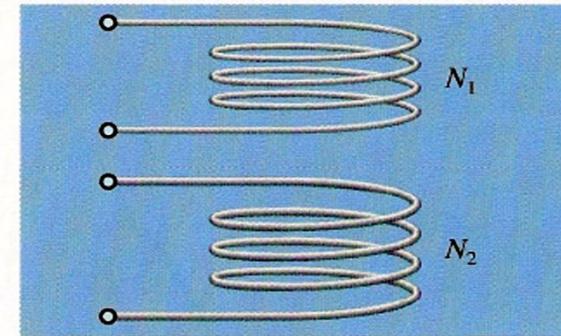


Figure 11.3 ▲

Deux bobines placées côte à côte. Chaque bobine a une auto-inductance et la paire a une inductance mutuelle.

Inductance mutuelle (2)

→ Considérons à présent le cas de la **f.é.m. d'induction mutuelle**, soit la f.é.m. attribuée au flux que cause la bobine 2 au travers de la bobine 1. Le champ produit par la bobine 2 au travers de la bobine 1 ainsi que le flux sont directement proportionnels au courant i_2 .

Le second membre de droite de l'équation peut s'écrire :

$$\text{Inductance mutuelle} \rightarrow N_1 \Phi_{12} = M i_2 \quad \text{f.e.m d'inductance mutuelle} \rightarrow E_{12} = -M \frac{di_2}{dt}$$

→ **M est l'inductance mutuelle des deux bobines.** A ce stade nous devrions écrire M_{12} mais on peut montrer que $M_{12} = M_{21} = M$. En SI, l'unité de M est aussi le henry (H). L'inductance mutuelle dépend de la dimension des bobines, de leurs formes géométriques et de leur position relative.

→ Pour la bobine 2, $N_2 \Phi_{21} = M i_1$ et $E_{21} = -M di_1/dt$

Inductance mutuelle (3)

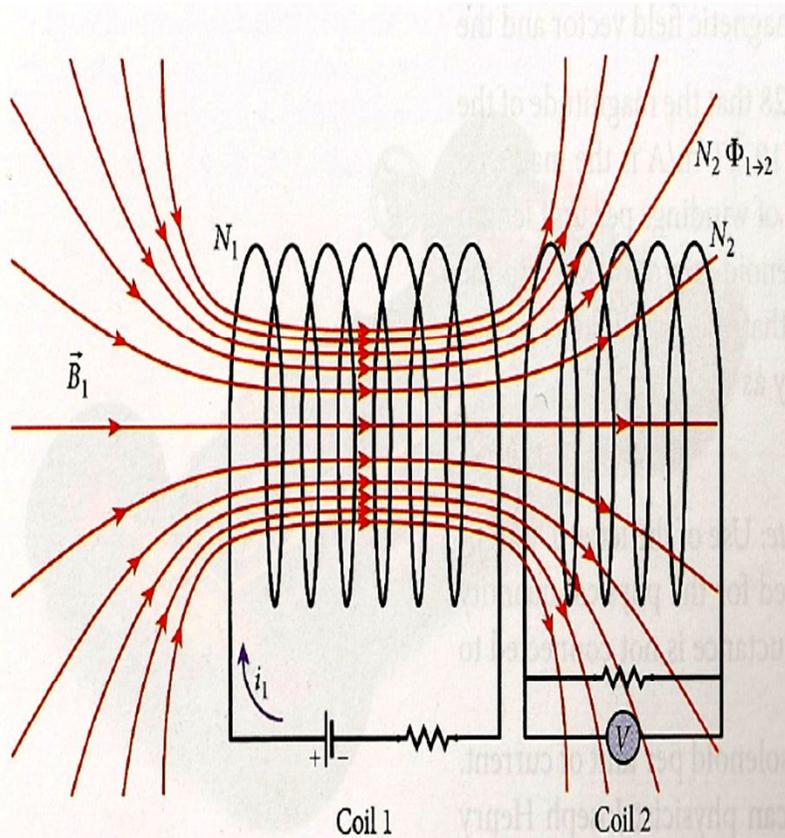


FIGURE 29.23 Coil 1 has current i_1 . Coil 2 has a voltmeter capable of measuring small, induced potential differences.

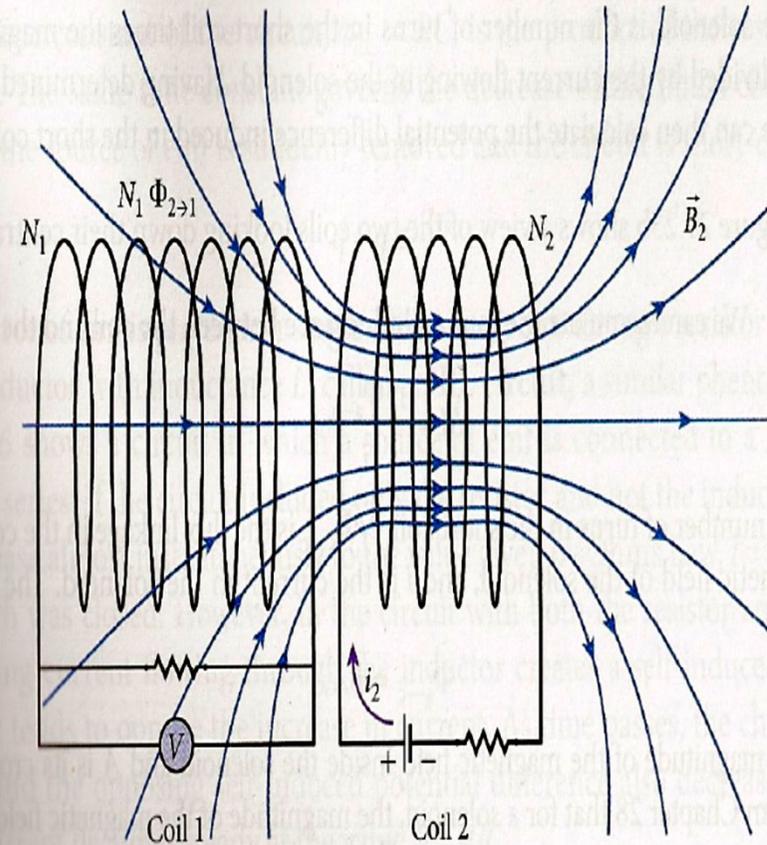


FIGURE 29.24 Coil 2 has current i_2 . Coil 1 has a voltmeter capable of measuring small, induced potential

Etude énergétique (1)

On souhaite déterminer l'expression de l'énergie U_B emmagasinée dans le dispositif des deux bobines couplées.

→ Puissance totale à l'instant t :

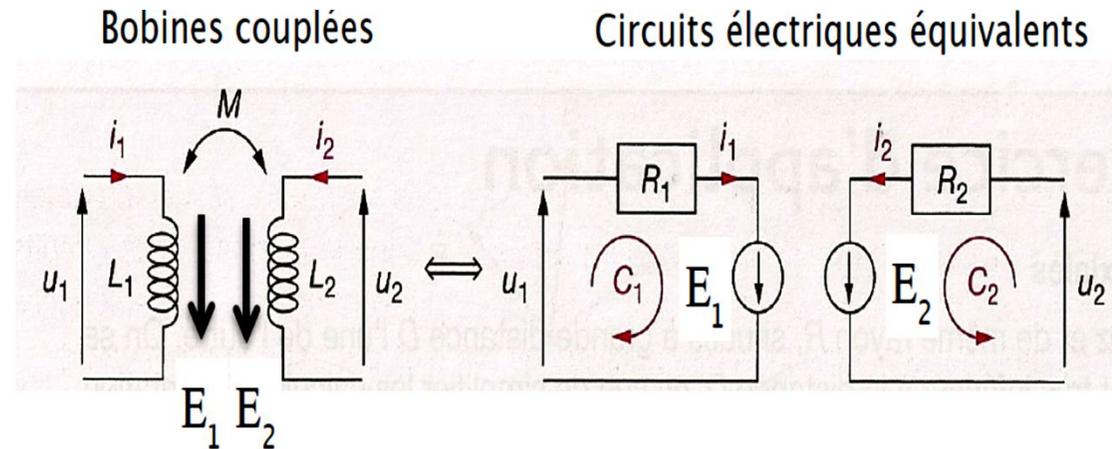
$$p(t) = u_1 i_1 + u_2 i_2$$

→ Equations électriques:

$$u_1 = R_1 i_1 - E_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = R_2 i_2 - E_2 = R_2 i_2 + M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

$$\rightarrow p(t) = \underbrace{R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2}_{\text{Puissance perdue par effet joule}} + \underbrace{L_1 i_1 \frac{di_1}{dt} + L_2 i_2 \frac{di_2}{dt}}_{\text{Dérivées temporelles des énergies emmagasinées dans chacune des bobines}} + \underbrace{M i_1 \frac{di_2}{dt} + M i_2 \frac{di_1}{dt}}_{\text{Dérivées temporelles de l'énergie mutuelle magnétique}}$$



Etude énergétique (2)

→ En prenant la primitive de la partie magnétique de la puissance, on obtient:

$$U_B = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2$$

Energie magnétique totale
emmagasinée à chaque instant
dans le dispositif

→ Remarque:

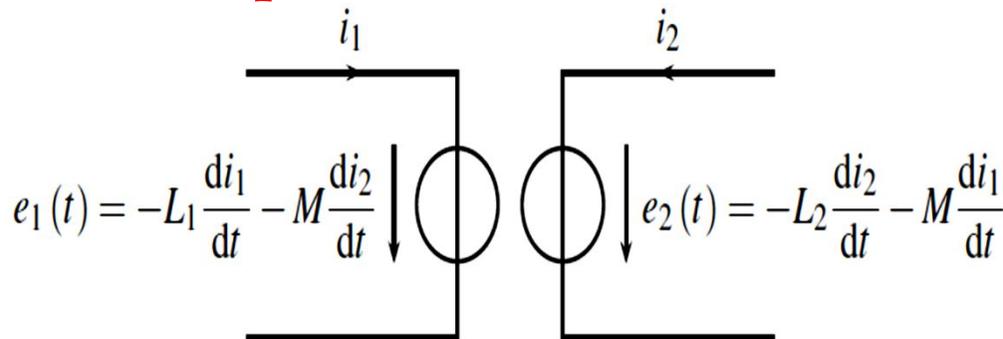


Figure 29.6 – Circuits électriques équivalents (convention générateur).

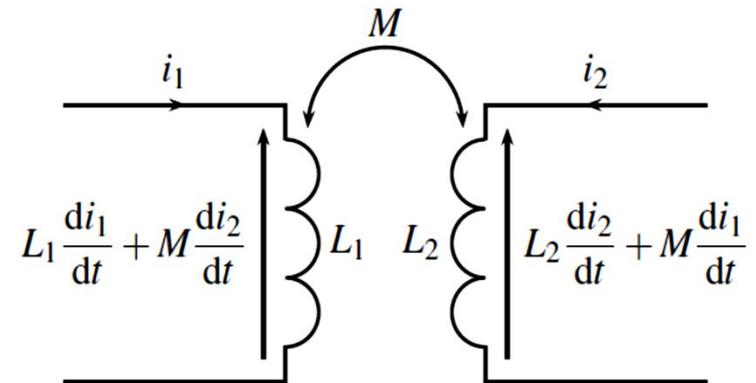


Figure 29.7 – Circuits électriques équivalents (convention récepteur).

Etude harmonique (1)

On considère l'ensemble de deux circuits, C_1 et C_2 , couplés par mutuelle induction. C_1 , de résistance électrique R_1 , est alimenté par un générateur qui impose la tension $v_1(t) = V_0 \cos(\omega t)$. Quant à C_2 , de résistance électrique R_2 , il est court-circuité

Loi des mailles :

$$\begin{cases} v_1(t) = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} + R_1 i_1 & (1) \\ 0 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} + R_2 i_2 & (2) \end{cases}$$

En régime sinusoïdal permanent à la pulsation ω , imposée par $v_1(t)$:

$$\begin{cases} \underline{v}_1(t) = (R_1 + jL_1\omega)\underline{i}_1(t) + jM\omega\underline{i}_2(t) & (1') \\ 0 = (R_2 + jL_2\omega)\underline{i}_2(t) + jM\omega\underline{i}_1(t) & (2') \end{cases}$$

$$(2') \Rightarrow \underline{i}_2(t) = -\frac{jM\omega}{R_2 + jL_2\omega} \underline{i}_1(t)$$

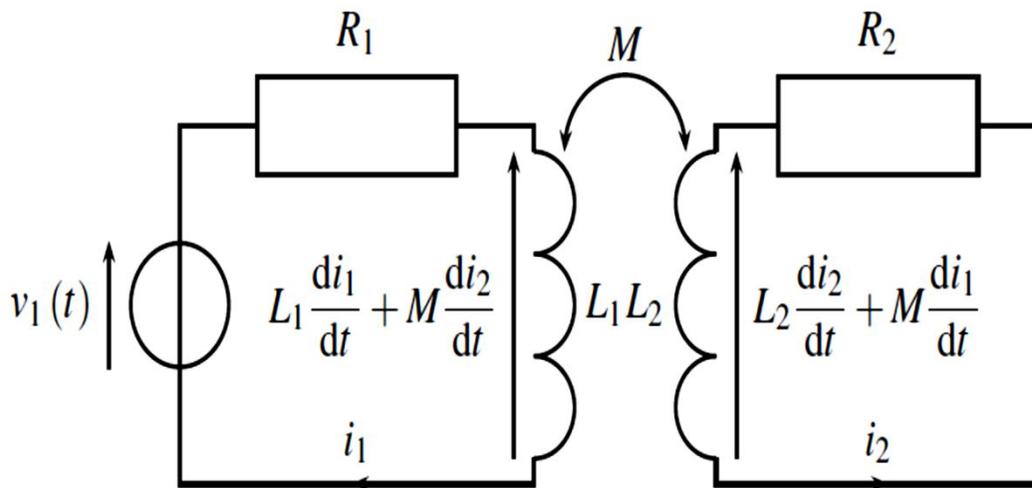


Figure 29.8 - Circuits couplés étudiés.

Etude harmonique (2)

On reporte cette expression dans (1)

$$\Rightarrow \underline{v}_1(t) = (R_1 + jL_1\omega)\underline{i}_1(t) + \frac{M^2\omega^2}{R_2 + jL_2\omega}\underline{i}_1(t)$$
$$\Rightarrow \underline{v}_1(t) = \left(R_1 + jL_1\omega + \frac{M^2\omega^2}{R_2 + jL_2\omega} \right) \underline{i}_1(t) = \underline{Z} \underline{i}_1(t)$$

Le couplage entre les deux circuits est équivalent, vu du circuit C_1 , à un unique dipôle d'impédance Z , dans lequel intervient les caractéristiques de C_2 via le couplage inductif.

Etude harmonique (3)

Dans le cas simple où les résistances sont négligeables et où le secondaire est toujours fermé sur lui-même, l'ensemble de la bobine primaire (y compris son couplage) peut être vue comme une seule bobine équivalente

$$\begin{aligned}\Rightarrow \underline{v}_1(t) &= \left(jL_1\omega + \frac{M^2\omega^2}{jL_2\omega} \right) \underline{i}_1(t) = j\omega \left(L_1 - \frac{M^2}{L_2} \right) \underline{i}_1(t) \\ &= jL_1\omega \left(1 - \frac{M^2}{L_1L_2} \right) \underline{i}_1(t) = jL_{equ}\omega \underline{i}_1(t)\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{L_{equ} = L_1 \left(1 - \frac{M^2}{L_1L_2} \right) = L_1(1 - \alpha^2)} \quad \text{où} \quad \boxed{\alpha = \frac{M}{\sqrt{L_1L_2}}}$$

est appelé **coefficient de couplage**

Le transformateur de tension

Définition (1)

Le **transformateur** est un dispositif qui permet d'augmenter ou de diminuer l'amplitude des tensions alternatives (AC). On l'utilise à divers stades de la distribution d'électricité résidentielle. Pour réduire au minimum les pertes, on transmet à haute tension (une valeur efficace de 1000 kV par exemple). Pour des raisons de sécurité et de simplicité de conception, la puissance est fournie à basse tension aux usagers commerciaux et aux particuliers (en général 220 V de valeur efficace). De nombreux circuits électroniques qui se branchent sur les prises électriques ordinaires ont besoin d'un transformateur. Enfin dans les hôpitaux, on se sert également des transformateurs pour isoler les appareils de surveillance électronique des malades et les protéger de toute interférence causée par d'autres circuits ou dispositifs. La figure ci-contre représente un transformateur simple constitué de deux bobines enroulées sur un noyau en fer doux. La **bobine primaire** reliée à la source alternative comporte N_1 spires, tandis que la **bobine secondaire** comporte N_2 spires. Le noyau de fer doux sert à augmenter le flux et à le canaliser: **essentiellement tout le champ magnétique créé par l'enroulement primaire traverse l'enroulement secondaire**. En pratique, le couplage du flux entre les deux bobines n'est jamais parfait et un transformateur est caractérisé par son facteur de couplage. Ici nous allons considérer que le **couplage est parfait**.

Définition (2)

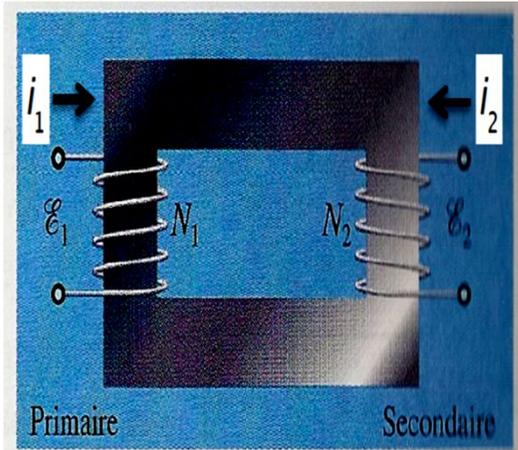
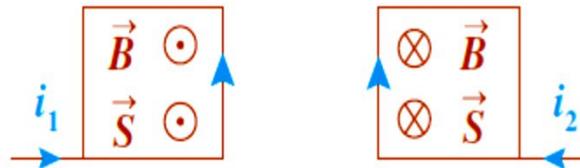
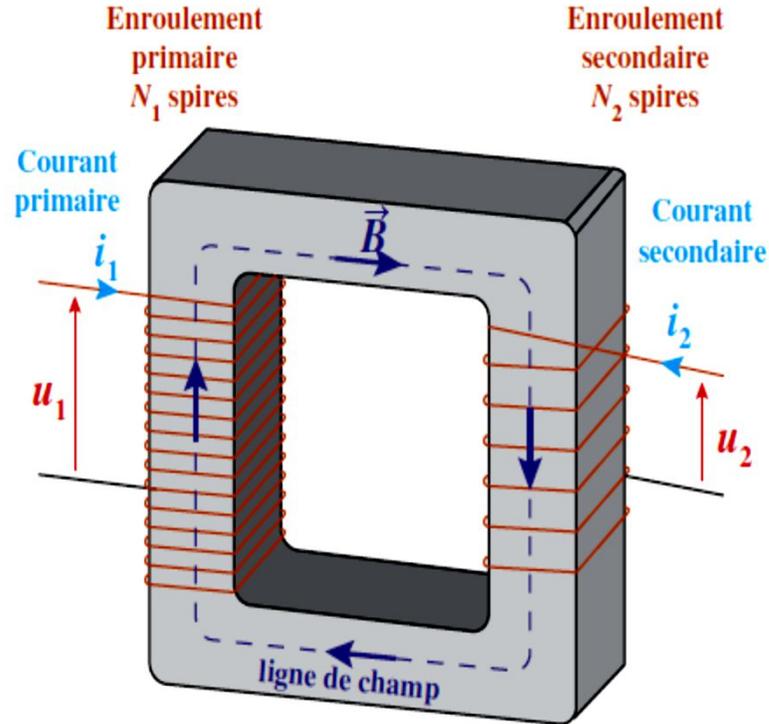


Figure 12.25 ▲

Un transformateur simple. Les enroulements primaire et secondaire sont bobinés sur un noyau laminé en fer doux.



Vue de dessus

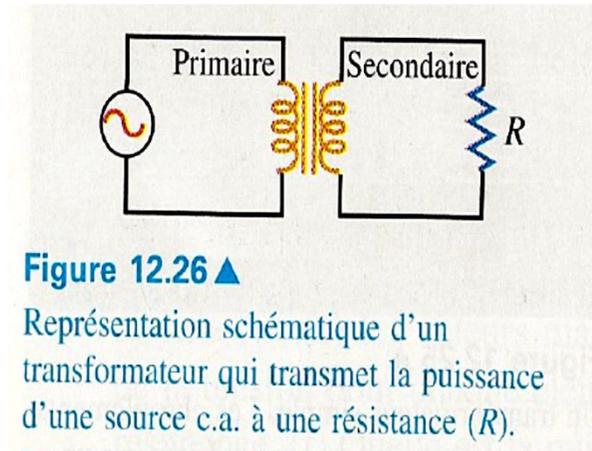


Figure 12.26 ▲

Représentation schématique d'un transformateur qui transmet la puissance d'une source c.a. à une résistance (R).

Loi des tensions (1)

Couplage parfait

→ Le flux Φ à travers une spire du primaire est égal au flux à travers une spire du secondaire (couplage parfait) \Rightarrow

$$\frac{\Phi_1}{N_1} = \frac{\Phi_2}{N_2} \Leftrightarrow \frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$\rightarrow E_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad E_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

on en déduit le rapport des f.é.m. dans un transformateur :

$$\text{Rapport des f.e.m dans un transformateur: } \frac{E_2}{E_1} = \frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

Loi des tensions (2)

$$\rightarrow \Phi_1 = L_1 i_1 + M i_2 \quad \Phi_2 = L_2 i_2 + M i_1$$

→ On envisage deux cas particuliers

• Si $i_2 = 0 \Rightarrow \Phi_1 = L_1 i_1$ et $\Phi_2 = M i_1$ avec $\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{M}{L_1}$

• Si $i_1 = 0 \Rightarrow \Phi_1 = M i_2$ et $\Phi_2 = L_2 i_2$ avec $\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{L_2}{M}$

→ On en déduit une relation traduisant le couplage parfait :

$$\text{Couplage parfait: } M^2 = L_1 L_2$$

Loi des tensions (3)

Rapport de transformation

→ On suppose toujours que le couplage est parfait et on néglige les chutes de tension dues aux résistances R_1 et R_2 des enroulements du primaire et du secondaire soit $u_1 = -E_1$ et $u_2 = -E_2$

$$\rightarrow u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} + \sqrt{L_1 L_2} \frac{di_2}{dt}$$

$$\rightarrow u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} + \sqrt{L_1 L_2} \frac{di_1}{dt}$$

$$\rightarrow \frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{L_2 \frac{di_2}{dt} + \sqrt{L_1 L_2} \frac{di_1}{dt}}{L_1 \frac{di_1}{dt} + \sqrt{L_1 L_2} \frac{di_2}{dt}} = \frac{\sqrt{L_2}}{\sqrt{L_1}}$$

→ On en déduit alors le coefficient de proportionnalité entre les deux tensions d'entrée et de sortie :

$$\frac{u_2}{u_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

Loi des tensions (4)

Rapport de transformation

→ Si on branche une résistance R aux bornes de l'enroulement secondaire, un courant induit i_2 y circulera.

Pour un transformateur idéal, il y a un transfert complet de puissance entre le primaire et le secondaire: $p_1 = u_1 i_1 = p_2 = u_2 i_2$

$$\text{Rapport des courants dans un transformateur : } \frac{i_2}{i_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

Ainsi, dans un transformateur idéal, les tensions aux bornes du transformateur sont **proportionnelles** au nombre de tours des enroulements, tandis que les courants de part et d'autre du transformateur sont **inversement proportionnels** au nombre des enroulements.

Courant de Foucault

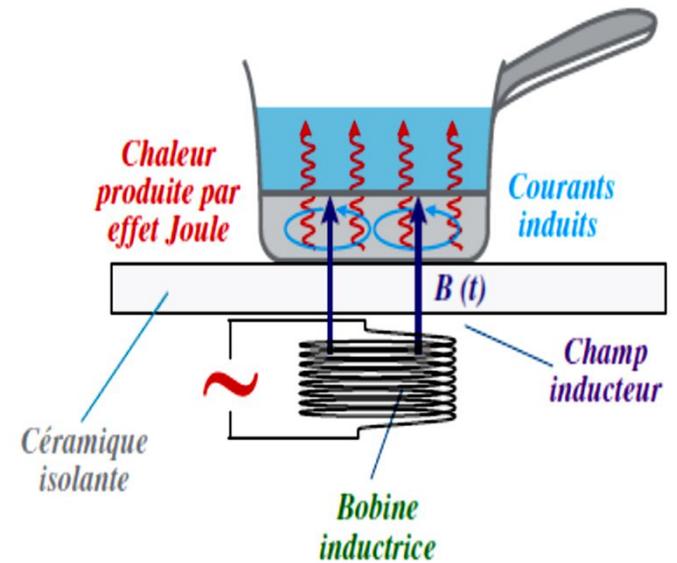
Le matériau ferromagnétique est soumis à un champ magnétique variable. Des f.é.m. sont donc induites dans le volume. Attendu que le matériau est conducteur, des courants induits apparaissent. **Ces courants qui circulent dans la masse du ferromagnétique, sont nommées courants de Foucault ou eddy currents en anglais.**

Ces courants de Foucault sont responsables des pertes par effet joule. Afin de minimiser, voire supprimer les pertes, on feuillette le matériau ferromagnétique en le constituant de tôles minces, jusqu'à 0,3 mm d'épaisseur, séparées par une couche isolante aussi mince que possible, 10^{-2} mm ou moins. La couche isolante bloque la circulation du courant et prévient les pertes par effet joule.

Quelques applications

Chauffage par induction

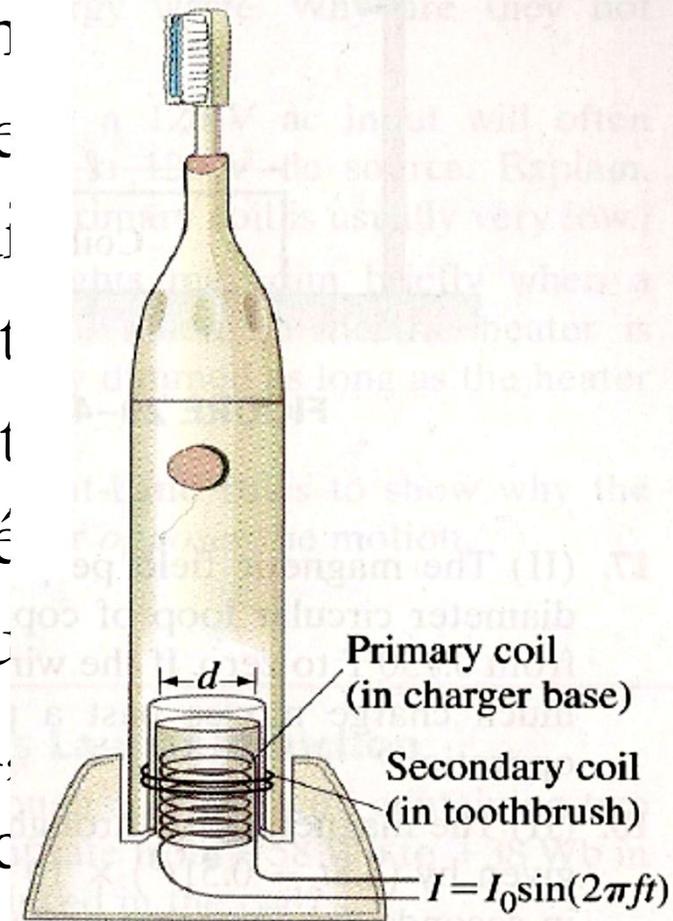
Dans les plaques à induction se trouvent des bobines alimentées par le courant alternatif du secteur, qui génèrent un champ magnétique alternatif, donc variable. **Des courants induits de Foucault apparaissent dans la masse métallique qui constitue le fond de la casserole posée sur la plaque, lequel s'échauffe par effet Joule.** La chaleur est transmise aux aliments. Une couche de céramique entre la bobine et la casserole reste froide car, en tant qu'isolant électrique, elle n'est parcourue par aucun courant induit (donc pas d'effet Joule) et en tant qu'isolant thermique, elle s'échauffe très peu au contact de la casserole et de la bobine.



Principe des plaques à induction

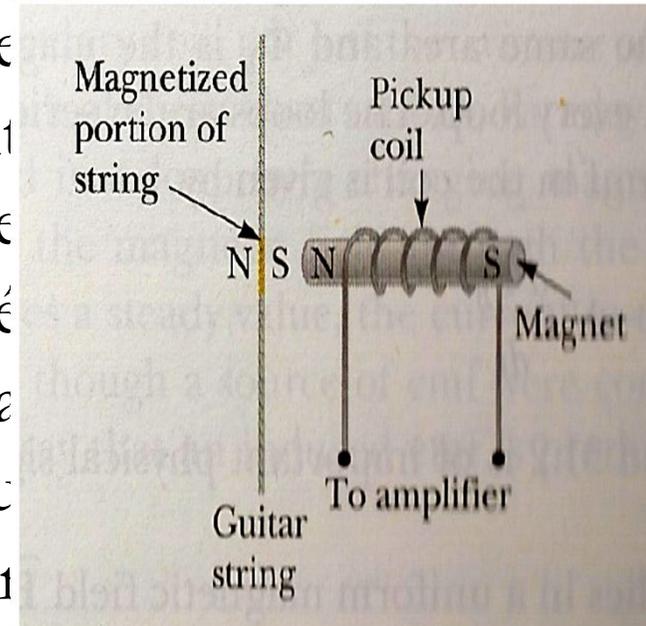
Chargement de batterie par induction

Un chargeur de batterie par induction permet de transférer de la puissance électrique sans contact électrique, ce qui est plus sûr pour des appareils en contact avec de l'eau comme une brosse à dent électrique. Le circuit primaire est inséré dans le circuit secondaire qui est parcouru par un courant alternatif. Par induction, une f.é.m. apparaît dans le primaire donc un courant induit qui recharge la batterie.



Guitare électrique

Il s'agit là d'une application directe de la loi de Faraday. Une bobine est enroulée sur un aimant permanent qui a pour but de magnétiser une portion de la corde de la guitare à sa proximité lorsque la corde est passée, la portion de la corde magnétisée provoque un changement du flux magnétique dans la bobine qui va par induction être le siège d'une f.é.m. et donc d'un courant induit. Le courant est ensuite amplifié puis envoyé sur un haut-parleur pour produire un son (onde acoustique) de même fréquence que la fréquence initiale de la corde.



Transmission de la puissance électrique(1)

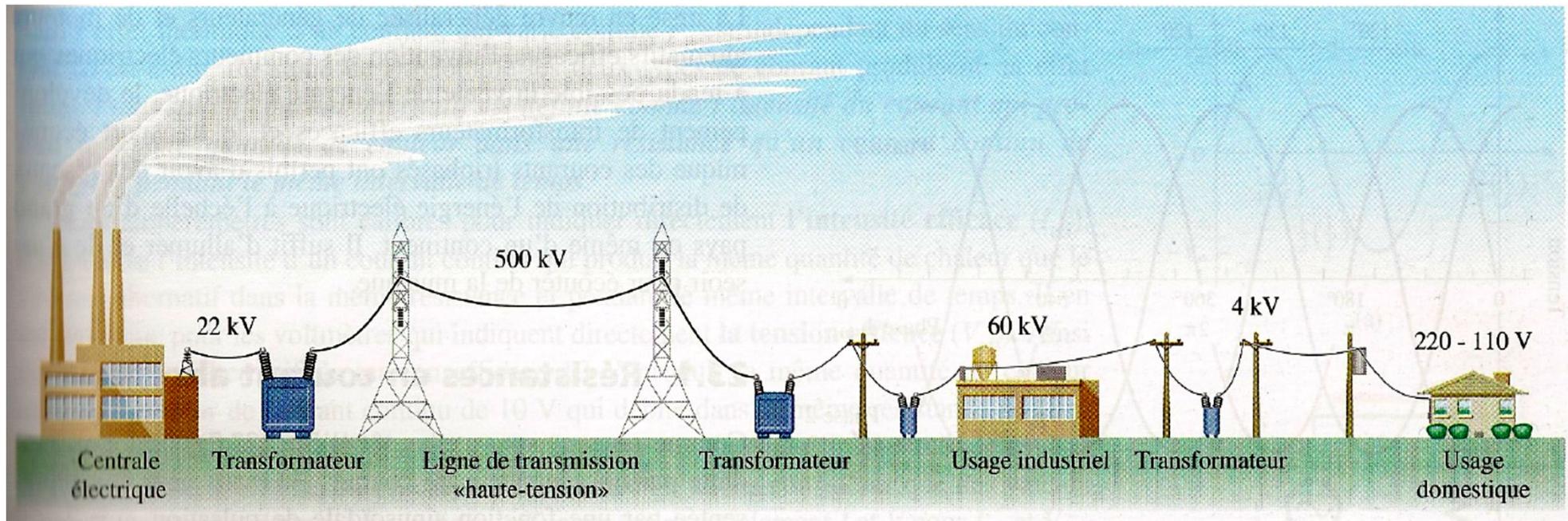


Figure 23.1 Transmission de la puissance électrique par courant alternatif. Des transformateurs élèvent la tension, ce qui permet de transporter efficacement l'énergie sur de longues distances sous haute tension. Puis on abaisse la tension pour l'usage industriel et domestique. Pour simplifier, la « terre » et les autres conducteurs « chauds » ne sont pas représentés.

Transmission de la puissance électrique(2)

Production d'énergie électrique

